



VI Seminário Internacional
de Pesquisa e Estudos Qualitativos
22 a 24 de setembro de 2021

Pesquisa Qualitativa

ÉTICA - LÓGICA
EPISTEMOLOGIA

CONFORME O DISPOSTO NA FICHA DE INSCRIÇÃO, EXPLÍCITE:

Trabalho a ser apresentado de acordo com:

- Área: Educação
- Tema/modalidade de pesquisa: Fenomenológica

FORMAÇÃO DA IDEIA GEOMÉTRICA DE VOLUME

Raissa Samara Sampaio

*Universidade Estadual Paulista (Unesp)
raissa.samara@unesp.br*

Resumo

Este artigo apresenta uma discussão sobre o estudo de geometria com tecnologias a partir de uma pesquisa de mestrado em Educação Matemática. Expomos dados de um trabalho com o software GeoGebra no ensino de geometria que busca compreender as potencialidades do mesmo para a aprendizagem geométrica, destacando a visualização do objeto como parte relevante do processo de ensino. A metodologia assumida na pesquisa é de cunho qualitativo com abordagem fenomenológica. Neste artigo o objetivo é discutir o modo pelo qual as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) permitem trabalhar atividades na sala de aula do 7º ano do Ensino Fundamental, nas quais são explorados aspectos da visualização para a ideia de volume dos sólidos. Para tanto, elegemos uma atividade, dentre as desenvolvidas com os alunos para discutir o raciocínio expresso por eles enquanto manipulavam o software.

Palavras-chave: Fenomenologia. GeoGebra. Educação Matemática.

Abstract

This article presents a discussion on a geometry study of digital technologies from a master's research in mathematics education. We expose data from an investigation with GeoGebra software in the teaching of geometry that seeks to understand its potential for the geometric learning highlighting the view of the object as a relevant part of the teaching process. The approach taken in the research of qualitative nature is a phenomenological approach. In this article, the aim is to discuss the way in which Digital Technologies of Information and Communication (DTIC) allow working on activities in the classroom of the 7th year of elementary school, which aspects of visualization are explored for the idea of volume of solids. Therefore, we have chosen an activity, among those developed with the students to discuss the reasoning expressed by them while manipulating the software.

Keywords: Phenomenology. GeoGebra. Mathematics Education.

Introdução

Este artigo apresenta uma discussão, originada de uma pesquisa de mestrado, sobre o estudo de geometria com tecnologias. Para este texto elegemos uma atividade explorada com alunos



VI Seminário Internacional
de Pesquisa e Estudos Qualitativos
22 a 24 de setembro de 2021

Pesquisa Qualitativa

ÉTICA - LÓGICA
EPISTEMOLOGIA

do 7º ano do Ensino Fundamental sobre a formação do cubo e seu volume. O objetivo na pesquisa foi analisar as possibilidades de, por meio da exploração com o software, os alunos compreenderem a ideia de volume de sólidos geométricos. Neste texto focamos a tarefa em que foi discutido o volume do cubo.

A geometria tem seu significado no movimento da exploração da relação desta com o espaço experimentado, segundo Freudenthal (1973). Ou seja, a geometria que se explora nas situações escolares deve estar próxima da experiência do mundo vivido e, por esse motivo, iniciamos a discussão abordando a importância de sua exploração. Para que tal exploração seja próxima do aluno, segundo interpretamos, deve-se dar a ele a oportunidade de pensar geometricamente, fazendo conjecturas, levantando hipóteses e construindo analogias que o permita dialogar com o outro, seu colega e professor, e chegar a conclusões.

Detoni (2012, p. 189), questiona: “Passaria a escola a ser responsável por ensinar-nos a perceber o espaço?” e, numa tentativa de resposta, diz que ao expressar a largura, altura e profundidade como constituição do espaço, também constituímos o corpo. Mas, o que isso significa? Em Fenomenologia da Percepção, Merleau-Ponty (1999) trata a percepção relacionada a uma atitude corpórea e não segundo uma causalidade estímulo-resposta. Ele enfatiza a experiência do corpo como “campo criador de sentidos” (MERLEAU-PONTY, 1999, p. 497) que em destaque se encontra o movimento e visualização.

Para a exploração de um determinado objeto geométrico, como o cubo, recorreremos ao software GeoGebra considerando a dinamicidade favorecida para os alunos realizarem as tarefas bem como a possibilidade de seu uso dar-se de forma online ou off-line, via instalação gratuita.

O software GeoGebra é considerado um aplicativo de geometria dinâmica. Esse termo, geometria dinâmica, tem sido utilizado nas pesquisas em Educação Matemática com diferentes significados. Para nós, assumimos que a geometria dinâmica não diz de certa geometria diferente ou desconhecida, “mas simplesmente uma exploração da ideia de movimento para descrições geométricas” (BRAVIANO, RODIGUES, 2002, p. 22), cujo dinamismo está relacionado às transformações geométricas que o usuário pode realizar com o software.



VI Seminário Internacional
de Pesquisa e Estudos Qualitativos
22 a 24 de setembro de 2021

Pesquisa Qualitativa

ÉTICA - LÓGICA
EPISTEMOLOGIA

No ensino de geometria, uma das dificuldades de aprendizagem discutidas por pesquisadores como Palles (2013), está relacionada à visualização. Segundo essa autora, há, no uso do software, possibilidades de trabalho em sala de aula que podem contribuir para a superação de tais dificuldades. Com Barco (2013) entende-se que o movimento possibilitado por um software de geometria dinâmica pode ser relevante para o desenvolvimento da habilidade de visualização, uma vez o aluno pode explorar aspectos que se mantêm (são invariantes) e destacar características que ainda não haviam sido observadas.

Neste artigo exploramos uma atividade realizada com alunos do 7º ano de uma escola pública de ensino integral do município de São José dos Campos – SP, Brasil, com o objetivo de explorar com o software, por meio da janela de visualização 3D do GeoGebra, o volume de sólidos geométricos. Os nomes dos alunos envolvidos na atividade foram, neste texto, substituídos por nomes fictícios para a preservação de suas identidades.

Para dar sentido ao que foi feito discutiremos, de modo breve, os aspectos teóricos e metodológicos que subsidiaram a pesquisa que dá origem a este texto.

1.1 Concepções metodológicas

A pesquisa explícita neste artigo tem caráter qualitativo e assume a abordagem fenomenológica. Segundo Bicudo (2011), a pesquisa qualitativa em educação coloca os sujeitos em destaque e, a abordagem fenomenológica permite que o objeto de estudo não esteja separado do sujeito da pesquisa. Ou seja, ao optar por uma pesquisa qualitativa fenomenológica entende-se que isso “indica que a qualidade é percebida, mostrando-se na percepção do sujeito. Há uma doação de aspectos passíveis de serem percebidos em modos próprios de aparecer.” (BICUDO, 2011, p. 19). Logo, “não há uma separação entre o percebido e a percepção de quem percebe, uma vez que é exigida uma correlação de sintonia, entendida como doação” (BICUDO, 2011, p. 19). Portanto, busca-se compreender o que é investigado sempre atento ao que é percebido. O fenômeno, como o concebe a fenomenologia, não é a aprendizagem, por exemplo, mas o sujeito que aprende.

Em nossa pesquisa, considerou-se a vivência dos alunos ao estarem com software GeoGebra, manipulando controles deslizantes e dialogando para poder manifestar modos de compreender o que está sendo percebido.

Ainda é importante salientar que, na pesquisa fenomenológica, a interrogação é o que conduz a busca; ela não é aleatória, antes é constituída na experiência do pesquisador. Conforme Bicudo (2011, p. 23), “a interrogação se comporta como se fosse um pano de fundo onde as perguntas do pesquisador encontram seu solo, fazendo sentido”.

Na pesquisa desenvolvida consideramos a abertura à aprendizagem geométrica do aluno quando eles investigam situações com o software GeoGebra. Na busca pelo sentido do interrogado, a retomada da interrogação é crucial, pois ela sempre está permeando todo o caminhar que envolve a elaboração das atividades para as aulas, orienta o modo de o pesquisador proceder com os sujeitos, atento às suas falas, aos seus gestos e possibilita um modo de mediar as situações. Ela também é o que orienta a análise dos dados, quando o pesquisador busca, nas falas, nos gestos, na expressão dos sujeitos, o que se mostra significativo para compreender o interrogado. O momento da análise dos dados na pesquisa fenomenológica requer rigor, um cuidado para com a investigação, atenção à interrogação e explicitação clara do que investiga: o fenômeno. (BICUDO, 2020).

A interrogação que norteou nossa pesquisa foi *Como a visualização potencializada pelo software GeoGebra possibilita a aprendizagem geométrica?* Com o caminhar orientado por esta interrogação, buscamos realizar investigações com o software GeoGebra para que as tarefas para o ensino de geometria fossem elaboradas permitindo aos alunos atribuir significado à ideia de volume.

O diálogo durante as tarefas realizadas em sala, nos indicaram indícios que nos fizeram compreender a pergunta que nos norteava. O movimento de análise fenomenológica nos levou à três convergências de ideias que se destacaram nas falas dos alunos. O “Movimento como possibilidade para a compreensão do objeto geométrico”, se mostrou na possibilidade que o software abre à visualização e à movimentação do objeto geométrico, a “Investigação de propriedades geométricas”, se mostrou para nós pela possibilidade que o software proporciona ao aluno levantar hipóteses e a “Formação da ideia geométrica de volume”, que

se evidencia para nós quando o aluno compreende o volume, ou seja, a possibilidade em que um determinado sólido geométrico é passível de comportar algo. Nesse artigo discutiremos a atividade e as falas dos alunos que evidenciaram esta última categoria: “Formação da ideia geométrica de volume”.

1.2 Desenvolvimento da atividade com os alunos

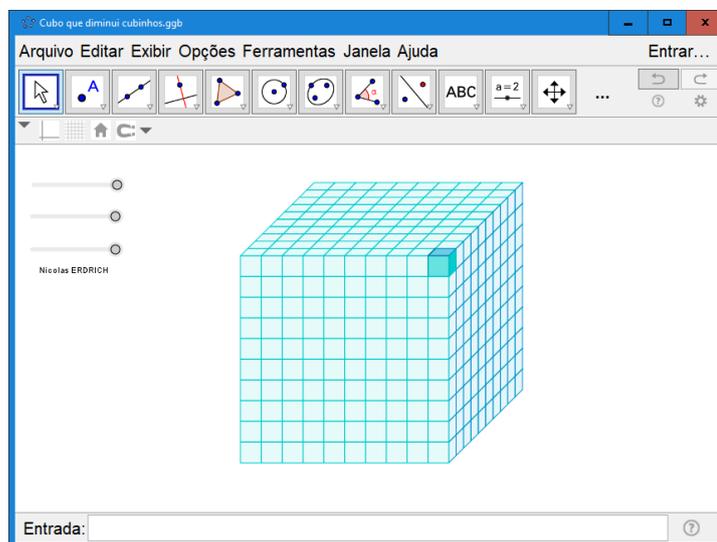
Consideramos para a elaboração a tarefa a ser desenvolvida pelos alunos, a relevância da ideia de volume. Ou seja, como o aluno compreende a ideia de volume pelo preenchimento que com o software se pode fazer? Será que ao realizar uma tarefa desse tipo o aluno conseguiria argumentar sobre o que lhe era questionado? O que, mediante o preenchimento de um sólido geométrico como o cubo, se pode entender sobre volume? Para organizar a tarefa e seu encaminhamento junto aos alunos, primeiramente nos voltamos para o próprio significado do termo “volume”.

Volume, segundo o dicionário Michaelis, remete ao “espaço que ocupa um sólido”. Esse modo de significar volume permite questionar o que implica considerar a ideia geométrica de volume, atrelada ao espaço que é ocupado por um objeto e não ao cálculo, a operação realizada ou a um valor numérico que expresse uma grandeza? Ou seja, ao trabalharmos com a ideia de volume, o espaço é algo relevante para a compreensão do estudo geométrico?

Essas questões foram permeando a construção das tarefas e buscamos explorar com os alunos a noção de espacialidade. Para este texto, elegemos uma atividade em que o aluno deveria contar os cubos que via na imagem da tela. Para realizar a tarefa foi previamente instalado nos computadores da sala de informática da escola, um arquivo com a tarefa que foi retirada da Comunidade GeoGebra¹. Nela havia um prisma cujas dimensões eram definidas a partir de controles deslizantes, conforme indica a figura 1.

Figura 1: Cubo dividido por cubos menores

¹ Essa atividade baseou-se em material da comunidade GeoGebra. É uma atividade intitulada “Volume d’um pavê”, feita por Nicolas ERDRICH. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/yDfseap4>>. Acesso em 13 mai 2021.



Fonte: Comunidade GeoGebra

Na figura 1, todos os controles deslizantes estavam ao máximo, isto é, marcavam 10 unidades. Assim, tínhamos um prisma de dimensões $10u \times 10u \times 10u$. Sugerimos que os alunos contassem a quantidade de cubinhos que havia em prismas de dimensões distintas como, por exemplo, $1u \times 2u \times 3u$, depois em $5u \times 5u \times 5u$ etc, até o prisma de $10u \times 10u \times 10u$. Após a contagem dos cubos questionamos: esses cubos que estão sendo contados têm relação com o prisma que está sendo formado? Que relação é essa? Há uma maneira de contar os cubos sem se valer da contagem unitária?

O GeoGebra permitiu que os alunos explorassem o objeto para essa contagem. A aluna Amalie, ao investigar o cubo de $5u \times 5u \times 5u$ que está formando com o software, diz: “Porque tem 5 aqui, tem aqui, tem aqui, tem aqui, tem aqui”. Ela identifica as dimensões da aresta do cubo como tendo 5 unidades e vai além. O “aqui”, expresso por Amalie, remete um lugar passível de ser percebido, vivenciado, que a coloca em movimento na exploração com o software tendo a possibilidade de obter “aqui” e “ali” prismas de arestas distintas.

O objeto no computador é investigado por Amalie que interage no espaço aberto pelo software. Detoni (2012) nos permite dizer que esse objeto investigado pelos alunos não está no mundo material nem é considerado uma criação racional, ele se constitui “à presença do homem no mundo, no seu mundo de vivência, que é um mundo de possibilidades – e não de



VI Seminário Internacional
de Pesquisa e Estudos Qualitativos
22 a 24 de setembro de 2021

Pesquisa Qualitativa

ÉTICA - LÓGICA
EPISTEMOLOGIA

coisas realizadas -, no qual ele age, especializa-se, exerce sua espacialização. Por extensão, afirmamos que fazer Geometria é ocupar-se de sua espacialidade” (DETONI, 2012, p. 191).

Outra aluna, Sophia, expressa entender a ideia do volume como preenchimento do espaço, dizendo que, “são cubinhos que vão formando o maior... Pode ser?”. Para que ela falasse mais sobre o que estava sendo percebido, indagamos: o que são os cubos menores nesse objeto maior que você vê? Ela, movimentando os controles deslizantes, mostra o modo pelo qual vê o objeto cubo sendo preenchido por cubos menores. Segundo diz, ela entende o cubo maior como constituído pelos cubos menores, ou seja, o cubo maior vai sendo passível de ser ocupado.

Ainda, procurando justificar sua fala, Sophia acrescenta: “Ele vai formando o sólido, não é? [Gesticulando com as mãos para indicar o cubo maior sendo constituído pelos menores]”. A aluna recorre aos gestos das mãos para expressar como vê o sólido em formação. O ver e o visto pela aluna não estão separados. Ela produz conhecimento junto ao objeto e “o conhecimento não é apenas uma reflexão sobre o experienciado, mas o ato perceptivo é já uma compreensão pré-reflexiva.” (DETONI, 2012, p. 191). O pré-reflexivo, na perspectiva fenomenológica é entendido como o campo das percepções e compreensões imediatas, um campo pertinente a cada momento de nossa presença no mundo, a abertura da pessoa ao que se mostra.

Bicudo e Rosa (2010) destacam que o espaço configurado pelo “ser-com-tecnologias” possibilita diferentes formas de produzir conhecimento. Entendemos, junto com os autores, que as tecnologias ampliam as possibilidades de percepção e de exploração dos objetos matemáticos. Segundo esses autores, os sujeitos com suas ações efetuadas junto ao software, geram uma multiplicidade de possibilidades e interconexões que ampliam os modos de se fazer matemática.

Essa multiplicidade é destacada na fala do aluno Pitágoras que, ao ser questionado sobre como realizou sua construção, afirma: “Daí eu lembro que clica na reta e daí shhhh”. O movimento da fala e do gesto do aluno procura expressar a vivência com o software e a ferramenta extrusão que permite ver o objeto que constrói na janela 2D “formar-se” (shhhh) na janela 3D. Pitágoras se surpreende com o visto e “cria” um som para dar conta de dizer do movimento no GeoGebra. Isso nos faz entender o que é dito por Bicudo e Rosa (2018, p. 27),

quando afirmam que ser-com-tecnologias remete a ideia de fazer e tornar-se com o mundo em que há “possibilidades de o sujeito vivente se atualizar em materialidades como bits, avatares, imagens, sons, expondo-se.” O sujeito compreende o que vê formando-se na tela do computador e busca um modo de dizer de sua surpresa.

Amalie, ainda não satisfeita com o modo pelo qual expôs ver o preenchimento possibilitado pela movimentação do controle deslizante, dizendo que o cubo maior estava sendo formado pelos cubos menores, como um todo, chama o professor e dá continuidade a sua fala. “Eu fui contando... 1, 2, 3, 4, 5... 10, 15, 20, 25... 50, 75...”. Amalie, conta apontando os cubos da primeira linha que vê na base do cubo e vai formando linhas consecutivas na profundidade vista do cubo. Ela nomeia de “fileiras de cubos” que constituem a camada da base. Em seguida mostra com as mãos as camadas que vão sendo empilhadas – formando 10, 15 20, ... - até alcançar a altura do cubo maior que é totalmente preenchido.

A fala dos alunos leva-nos a compreender que ao investigar a ideia de volume com o software, eles estão constituindo esse objeto geométrico – volume do sólido. Vê-se que a vivência com o software os dispõe para a investigação.

A análise dessa vivência com os alunos mostra que eles se envolvem com o que na tela do computador vai se mostrando e buscam um modo de expressar o sentido que isso tem para eles. As imagens deixam de ser meras figuras e passam a ser objetos abertos a investigação. A ideia geométrica de volume foi se constituindo com a formação do objeto estudado. As imagens na tela do computador, a cada movimento, foram elementos que contribuíram para a produção de conhecimento do aluno, pois, por meio delas, foi possível ter ideias e expressá-las.

1.3 Em busca de uma síntese compreensiva

A análise dos dados empreendida na pesquisa possibilitou ver que, no processo de produção de conhecimento, ao estar com o software, os alunos podem levantar hipóteses, testá-las e construir justificativas para os argumentos que usam ao expressar o que veem. Há um movimento de pensar que vai tomando forma quando as TDIC não estão postas ao lado dos



VI Seminário Internacional
de Pesquisa e Estudos Qualitativos
22 a 24 de setembro de 2021

Pesquisa Qualitativa

ÉTICA - LÓGICA
EPISTEMOLOGIA

alunos, mas eles estão junto delas realizando tarefas, investigando e expondo o que compreendem. A formação da ideia geométrica de volume vai sendo compreendida em sua forma que é moldada na ação do aluno que movimenta as ferramentas do software e se põe em movimento. O sujeito não se movimenta sozinho, mas com o software. O movimentar dá-lhe abertura para investigar o que se mantém invariante e o que se modifica, permitindo que o objeto geométrico volume ganhe materialidade, seja constituído pelo empilhamento de cubos. O “espaço” vai se preenchendo. A visualização no ser-com-tecnologias se potencializa. As tecnologias não ajudam o aluno a pensar sobre a ideia de volume. Estando com as tecnologias, a ideia geométrica de volume vai sendo constituída pela pessoa que se põe em movimento de compreensão.

A questão da visualização para a aprendizagem geométrica voltou-se para a expressão do percebido, para o modo pelo qual o aluno, mediante a investigação, compreende ideias geométricas tratadas no currículo escolar. O software potencializa um trabalho de investigação visual que poderá contribuir para a aprendizagem matemática na medida em que abre oportunidade ao aluno de focar o que para ele se mostra.

Destacamos a investigação da ideia de volume partindo da exploração visual, da movimentação do sólido que ia se constituindo pelo empilhamento de cubos, da verificação de suas propriedades, do modo de o aluno ver o espaço que se ocupava. Ou seja, mostrou-se um processo no qual a ideia ia fazendo sentido para o aluno. Nesse processo o ser-com-tecnologias revela um sujeito intencionado que investiga com o software, que percebe e expõe o compreendido, que se abre ao diálogo, constituindo conhecimento.

REFERÊNCIAS

- BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa Qualitativa Segundo a Visão Fenomenológica**. 1 ed. São Paulo: Cortês, 2011
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa fenomenológica em Educação: possibilidades e desafios. **Revista Paradigma** (Edición Cuadragésimo Aniversario: 1980-2020), v. 41, p. 30-56, jun 2020.



VI Seminário Internacional
de Pesquisa e Estudos Qualitativos
22 a 24 de setembro de 2021

Pesquisa Qualitativa

ÉTICA - LÓGICA
EPISTEMOLOGIA

BICUDO, M. A. V.; ROSA, M. Educação matemática na realidade do ciberespaço-que aspectos ontológicos e científicos se apresentam?. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, Cidade do México, v. 13, p. 33-57, 2010.

BRAVIANO, R.; RODRIGUES, M. H. W. L. Geometria Dinâmica: Uma nova Geometria. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 49, p. 22-26, 2002.

DETONI, A. R. A geometria se constituindo pré-reflexivamente: propostas. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, p. 187-202, 2012.

FREUDENTHAL, H. **Mathematics as na education task**. Dordrecht: D. Reidel Publishing, 1973, 696 p.

MERLEAU-PONTY, M. **Fenomenologia da Percepção**. São Paulo: Martins Fontes, 1999, 555 p.

PALLES, C. M. **Um estudo do icosaedro a partir da visualização em geometria dinâmica**. 2013. 74 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.